نظمة معادلتين من الدرجة الأولى بمجهولين

1) نظمة معادلتين من الدرجة الأولى بمجهولين :

أ ـ مثال :

الكتابة : $\begin{cases} 3x+4y=5 \\ 2x-y=-1 \end{cases}$

تسمى : نظمة معادلتين من الدرجة الأولى بمجهولين x و y .

حل النظمة : هو تحديد الأزواج (x ; y) التي تحقق المعادلتين معا.

2) طريقة حل نظمة معادلتين من الدرجة الأولى بمجهولين :

a) الحل بطريقة التعويض :

أ ـ تعريف :

من إحدى المعادلتين؛ نجد قيمة أحد المجهولين بدلالة الآخر؛ثم نعوضه في المعادلة الأخرى.

ب ـ مثال

حل النظمة التالية : $\begin{cases} 5x+2y=3 & \textbf{(1)} \\ x-y=-2 & \textbf{(2)} \end{cases}$

لنحسب x بدلالة y في المعادلة **(2)** : $x=y-2$ **(3)**.

في المعادلة **(1)** نعوض x بالعدد $y-2$ ؛ فنحصل على المعادلة : $5(y-2)+2y=3$

أي : $5y-10+2y=3$

إذن : $7y=13$

ومنه : $y=\dfrac{13}{7}$

في المعادلة **(3)** نعوض y بالقيمة $\dfrac{13}{7}$ فنحصل على : $x=\dfrac{13}{7}-2$

أي : $x=\dfrac{-1}{7}$

إذن : الزوج $\left(\dfrac{-1}{7};\dfrac{13}{7}\right)$ هو حل النظمة : $\begin{cases} 5x+2y=3 \\ x-y=-2 \end{cases}$

3) الحل بطريقة التأليفة الخطية :

أ ـ تعريف :

لكي نحتفظ بأحد المجهولين (لكي نتمكن من حساب قيمته) نضرب كل معادلة من معادلتي النظمة في معامل مناسب لنحصل على معاملين متقابلين بالنسبة للمجهول الآخر ثم نجمع المعادلتين المحصل عليهما طرفا بطرف.

ب ـ مثال :

حل النظمة التالية : $\begin{cases} 3x+2y=1 & \textbf{(1)} \\ 2x-3y=3 & \textbf{(2)} \end{cases}$ **(S)** .

نضرب طرفي المعادلة **(1)** في **(-2)** وطرفي المعادلة **(2)** في **(3)** فنحصل على :

$\begin{cases} -2\times(3x+2y)=-2\times1 \\ 3\times(2x-3y)=3\times3 \end{cases}$ أي : $\begin{cases} -6x-4y=-2 \\ 6x-9y=9 \end{cases}$

نجمع المعادلتين المحصل عليهما طرفا بطرف نحصل على : $-6x-4y+6x-9y=-2+9$

أي : $-13y=7$

iktane@voila.fr

إذن : $y = \frac{-7}{13}$

↵ لـلـحـصـول على قـيـمـة x يـمـكـن أن نـتـبـع نـفـس الـطـريـقـة أي :

نـضـرب طـرفـي الـمـعـادلـة (1) في (3) وطـرفـي الـمـعـادلـة (2) في (2) فـنـحـصـل عـلى :

$$\begin{cases} 3\times(3x+2y)=3\times1 \\ 2\times(2x-3y)=2\times3 \end{cases}$$ أي : $$\begin{cases} 9x+6y=3 \\ 4x-6y=6 \end{cases}$$

↵ نـجـمـع الـمـعـادلـتـيـن الـمـحـصـل عليهما طـرفـا بـطـرف : $9x+6y+4x-6y=3+6$

أي : $13x = 9$

إذن : $x = \frac{9}{13}$

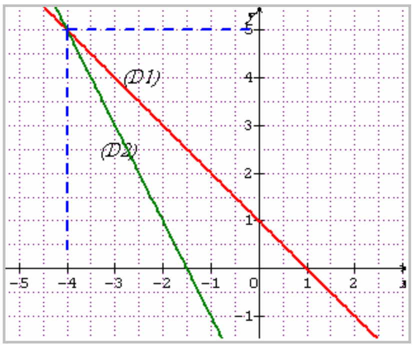
إذن : $x = \frac{9}{13}$

<u>3</u>) الـتـأويـل الـمـبـيـانـي لـنـظـمـة :

أ ــ أمـثـلـة :

مـثـال 1 :

نـعـتـبـر الـنـظـمـة : $(s_1)\begin{cases} x+y=1 \\ -2x-y=3 \end{cases}$ تـعـنـي : $\begin{cases} y=-x+1 \\ y=-2x-3 \end{cases}$



ــ الـتـأويـل الـهـنـدسـي .

نـعـتـبـر المستقيمين : (D_1) : $y=-x+1$

(D_2) : $y=-2x-3$

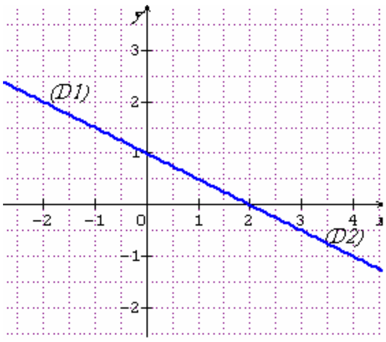
الـمـسـتـقـيـمـان (D_1) و (D_2) ليس لـهـما نفس الميل

إذن : (D_1) و (D_2) يتقاطعان في النقطة (5 ؛ -4) .

(أنظر الشكل)

مـثـال 2 :

* نـعـتـبـر الـنـظـمـة : $(s_2)\begin{cases} x+2y=2 & (1) \\ 0,5x+y=1 & (2) \end{cases}$



* بـاسـتـعـمـال طـريـقـة الـتـالـيـفـة الـخـطـيـة ؛ نـضـرب الـمـعـادلـة (2) في (-2) .

فـنـحـصـل عـلى : $(s_1)\begin{cases} x+2y=2 \\ -x-2y=-2 \end{cases}$

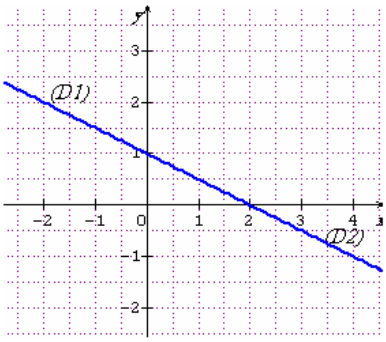
بـجـمـع الـمـعـادلـتـيـن طـرفـا بـطـرف نـحـصـل عـلى : $0x+0y=0$.

هـنـاك مـالا نـهـايـة لـه مـن الازواج حـلـول . (أنـظـر الـشـكـل)

- التأويل الهندسي .

نعتبر المستقيمين : $(D_1)\ :\ y=\frac{-1}{2}x+1$

$(D_2)\ :\ y=\frac{-1}{2}x+1$



نستنتج أن : المستقيمان منطبقان

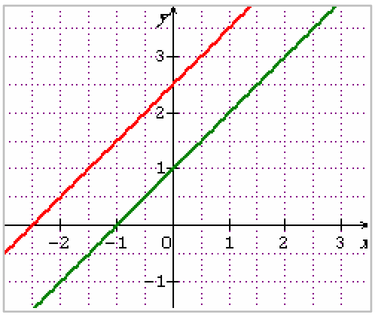
مثال 2 :

* **نعتبر النظمة :** $(s_3)\begin{cases}-x+y=1\\ 2x-2y=-5\end{cases}$

*** باستعمال طريقة التاليفة الخطية ؛ نضرب المعادلة (1) في 2**

نحصل على : $0x+0y=-3$.

ليس هناك زوج حل لنظمة .



- التأويل الهندسي

نعتبر المستقيمين : $(D_1)\ :\ y=x+1$

$(D_2)\ :\ y=x+\frac{5}{2}$

نستنتج أن : المستقيمان متوازيان قطعا .

(أنظر الشكل)

طبيق :

حل جبريا نظمة المعادلات .

$(S_1)\begin{cases}x-2y=4\\ 3x+y=5\end{cases}$ و $(S_2)\begin{cases}x-y=5\\ 2x+3y=20\end{cases}$ و $(S_3)\begin{cases}5x+2y=26\\ 2x-3y=1\end{cases}$